

Dimostriamo che le somme dei primi n numeri è data dalla formula:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Caso base:

$$n=1 \rightarrow \frac{1(1+1)}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

Per induzione

Supponendo che sia vera per $n=k$ $S(k) = \frac{k(k+1)}{2}$

1) Usando la formula $\frac{n(n+1)}{2}$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)(k+1+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

2) Scrivendo $S(k+1)$ in funzione di $S(k)$

$$S(k+1) = S(k) + (k+1) \rightarrow \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) \rightarrow \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} \\ \rightarrow \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

Le 2 formule evidenziate sono eguali quindi le formule è verificate sia per $n = k+1$ che per $n = k$ quindi le proprietà è vere per qualsiasi numero naturale